



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso 2014-2015
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} -mx + my + z = 0, \\ x - my + 3z = 4, \\ 2x - 2y - z = 0, \end{cases}$$

se pide:

- (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro m .
- (0'5 puntos) Resolverlo en el caso $m = 0$.
- (0'5 puntos) Resolverlo en el caso $m = 2$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

La recta r pasa por $P(2, -1, 0)$ y tiene vector director $(1, \lambda, -2)$; la recta s pasa por $Q(1, 0, -1)$ y tiene vector director $(2, 4, 2)$.

- (2 puntos) Calcular $\lambda > 0$ para que la distancia entre r y s sea $\frac{9}{\sqrt{59}}$.
- (1 punto) Calcular λ para que r sea perpendicular a la recta que pasa por P y Q .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

- (0'5 puntos) Estudiar el crecimiento de la función $f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3$.
- (1'5 puntos) Demostrar que la ecuación $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 = 0$ tiene una única solución real y localizar un intervalo de longitud 1 que la contenga.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

- (1 punto) Calcular la integral definida $\int_1^4 (1-x)e^{-x} dx$.
- (1 punto) Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1-x)e^{-x}$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1-x)e^{-x}$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} a + x \ln(x), & \text{si } x > 0, \\ x^2 e^x, & \text{si } x \leq 0, \end{cases}$$

(donde $\ln$ denota logaritmo neperiano y a es un número real) se pide:

- a) (1 punto) Calcular el valor de a para que $f(x)$ sea continua en todo $\mathbb{R}$.
- b) (1 punto) Calcular $f'(x)$ donde sea posible.
- c) (1 punto) Calcular $\int_{-1}^0 f(x) dx$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dados los puntos $P(-1, -1, 1)$, $Q(1, 0, 2)$ y los planos

$$\pi_1 \equiv x - z = 0, \quad \pi_2 \equiv my - 6z = 0, \quad \pi_3 \equiv x + y - mz = 0,$$

se pide:

- a) (1 punto) Calcular los valores de m para los que los tres planos se cortan en una recta.
- b) (1 punto) Para $m = 3$, hallar la ecuación del plano que contiene al punto P y es perpendicular a la recta de intersección de los planos π_1 y π_2 .
- c) (1 punto) Hallar la distancia entre los puntos Q y P' , siendo P' el punto simétrico de P respecto al plano π_1 .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 3$ y usando las propiedades de los determinantes, calcular el valor de los siguientes determinantes:

$$\text{a) (1 punto) } \begin{vmatrix} 2a - 2b & c & 5b \\ 2d - 2e & f & 5e \\ -2 & 3 & 10 \end{vmatrix} \quad \text{b) (1 punto) } \begin{vmatrix} a - 1 & b - 2 & 2c - 6 \\ 2 & 4 & 12 \\ d & e & 2f \end{vmatrix}$$

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, hallar todas las matrices $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ que conmutan con A , es decir que cumplen $AB = BA$.